Φύλλο Σχεδιασμού – Υλοποίησης και Αναστοχασμού στα Μαθηματικά που πραγματοποιήθηκε στο 5ο ΓΕΛ Τρικάλων την Παρασκευή 24/02/2023

1. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΣΕΝΑΡΙΟΥ

Τίτλος διδακτικού σεναρίου: Επίλυση ανισώσεων 2ου βαθμού αλγεβρικά ή και γραφικά

Δημιουργός: Πατέρας Ιωάννης

Βαθμίδα - Τάξη: Α΄ Λυκείου **Διδακτικές ώρες:** Μία (1)

Ενότητα του ΠΣ: Αλγεβρικές σχέσεις

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα (ΠΜΑ)

Σύμφωνα με το νέο Πρόγραμμα Σπουδών στα Μαθηματικά, το Προσδοκώμενο Μαθησιακό Αποτέλεσμα (ΠΜΑ) που φιλοδοξούμε να επιτευχθεί μέσω αυτού του διδακτικού σχεδιασμού είναι οι μαθητές μας να:

- Βρίσκουν το πρόσημο τριωνύμου και να λύνουν ανισώσεις 2ου βαθμού αλγεβρικά αλλά και γραφικά (Αλ.Σχ.10.7)

Προαπαιτούμενες δυνατότητες μαθητών/τριών (γνωστικές και κοινωνικό - πολιτισμικές)

Στο Γυμνάσιο οι μαθητές διδάχτηκαν τις συναρτήσεις και την έννοια της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης. Επιπλέον βλέποντας την γραφική παράσταση μιας συνάρτησης είναι σε θέση να βρίσκουν τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι θετική – μηδέν ή αρνητική. Για το σκοπό αυτό διατέθηκε μια ώρα πριν την πραγματοποίηση του συγκεκριμένου μαθήματος, ώστε οι μαθητές να θυμηθούν τις συναρτήσεις $y = ax^2$, $y = ax^2 + \beta x + \gamma$.

Στο σενάριο αυτό οι μαθητές καλούνται μέσα από τα Μαθηματικά Έργα που θα τους δοθούν να ανακαλύψουν το πρόσημο του τριωνύμου $ax^2 + \beta x + \gamma$ και στην συνέχεια να το χρησιμοποιήσουν για να λύνουν ανισώσεις 2ου βαθμού. Τέλος από το Γυμνάσιο αλλά και τις μέχρι τώρα γνώσεις τους, οι μαθητές γνωρίζουν:

- τις έννοιες: των συντεταγμένων ενός σημείου, την αναπαράσταση ενός σημείου σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων

- την έννοια της συνάρτησης και τις γραφικές παραστάσεις των $y = ax^2$, $y = ax^2 + \beta x + \gamma$
- να λύνουν εξισώσεις 2ου βαθμού
- να γνωρίζουν την παραγοντοποίηση τριωνύμου (τρεις περιπτώσεις)
- να βρίσκουν τα σημεία που η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης τέμνει τους άξονες
- να μπορούν να χειρίζονται Η/Υ και συγκεκριμένα να πειραματιστούν με ένα έτοιμο αρχείο λογισμικού (Geogebra)

Χρήσιμο για την εκπαιδευτική διαδικασία θα είναι να προηγηθεί ένα εισαγωγικό μάθημα στη χρήση του ψηφιακού εργαλείου Geogebra έτσι ώστε οι μαθητές να έχουν τη δυνατότητα δυναμικού χειρισμού μαθηματικών αντικειμένων (κατασκευή γραφημάτων, διερεύνησης και πειραματισμού).

2. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΣΕΝΑΡΙΟΥ

2.1 Περί μαθητή και μάθησης

Η διαπραγμάτευση των ανισώσεων 2ου βαθμού γίνεται για πρώτη φορά στην Α΄ Λυκείου. Στον προσδιορισμό του προσήμου τριωνύμου, παρατηρείτε συχνά οι μαθητές να παραβλέπουν το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου ή να συγχέουν το πρόσημο της Διακρίνουσας με το πρόσημο του τριωνύμου (π.χ. όταν Δ<0, θεωρούν ότι το τριώνυμο παίρνει αρνητικές τιμές). Έτσι ένα κρίσιμο σημείο συνδέεται με την κατανόηση του πότε και γιατί ένα τριώνυμο παίρνει θετικές και πότε αρνητικές τιμές
Στο συγκεκριμένο σενάριο αναγνωρίζεται η κύρια ιδέα της Μεταβολής καθώς έχουμε σύνδεση της αλλαγής ενός μεγέθους σε σχέση με ένα άλλο μέγεθος. Μέσω της Μοντελοποίησης και της διερεύνησης των αλλαγών των συνδεδεμένων μεγεθών εξετάζουμε το πρόσημο του τριωνύμου. Έτσι επιχειρείτε μέσα από τρία διαφορετικά φύλλα εργασίας (πρόσημο συνάρτησης – παραγοντοποίηση τριωνύμου – πειραματισμό με geogebra) να ξεπεραστεί οποιοδήποτε εμπόδιο.

2.2 Έργα

Πώς μπορούμε να βρούμε το πρόσημο της συνάρτησης $y = ax^2 + \beta x + \gamma$;

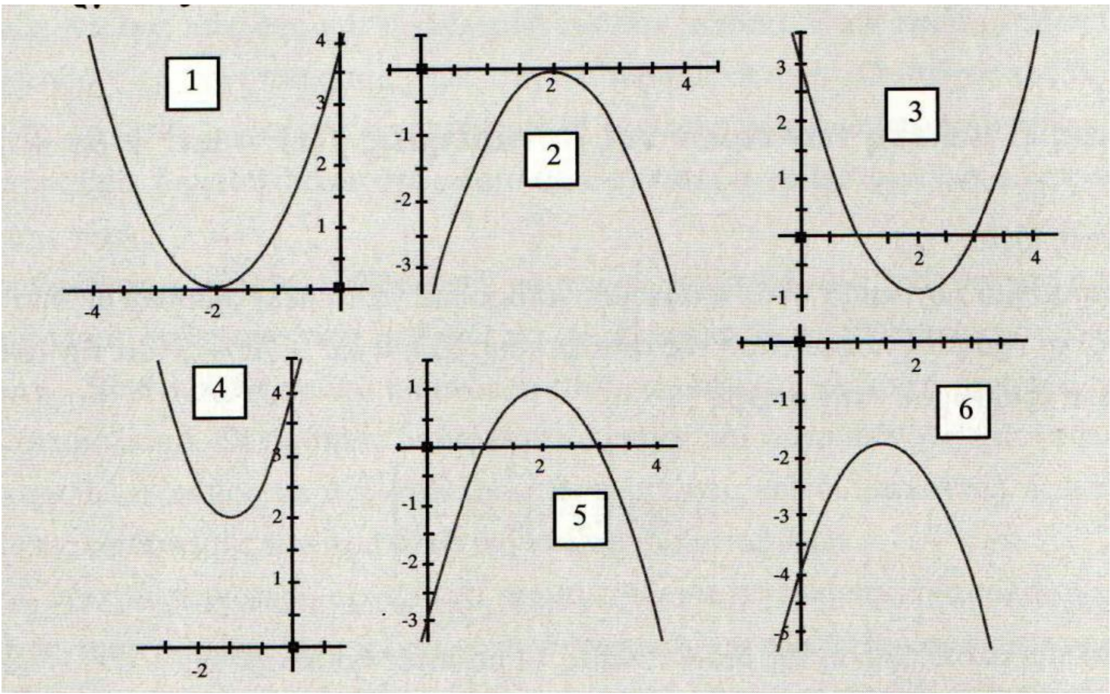
Πως μπορούμε να βρούμε το πρόσημο του τριωνύμου $ax^2 + \beta x + \gamma$;

Πως λύνουμε ανισώσεις 2ου βαθμού;

Στα έργο που ακολουθεί επιχειρείτε από τους μαθητές μέσα από τρείς διαφορετικούς δρόμους να καταλήξουν στον στόχο. Συγκεκριμένα δίνονται τρία διαφορετικά φύλλα εργασίας όπου το καθένα από αυτά έχει σημείο αναφοράς το ίδιο πρόβλημα.

2.2.1 Έργο 1 (ΟΜΑΔΑ 1)

1) Στην παρακάτω εικόνα υπάρχουν οι γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων – τριωνύμων της μορφής $y = ax^2 + \beta x + \gamma$



Να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί, με τα πρόσημα των συντελεστών α και της Διακρίνουσας Δ για καθένα από τα τριώνυμα αυτά

Τριώνυμο	**Πρόσημο α**	**Πρόσημο Δ**
1		
2		
3		
4		
5		
6		

2) Με βάση τις γραφικές παραστάσεις και το πρόσημο του προηγούμενου πίνακα , να περιγράψετε το πρόσημο του τριωνύμου, δηλαδή το πρόσημο του y, συμπληρώνοντας τους πίνακες

Τριώνυμο	**α**	**Δ >0**	**Πλήθος ριζών**	**Πρόσημο Τριωνύμου (** $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ **)**

Τριώνυμο	**α**	**Δ = 0**	**Πλήθος ριζών**	**Πρόσημο Τριωνύμου**

Τριώνυμο	**α**	**Δ < 0**	**Πλήθος ριζών**	**Πρόσημο Τριωνύμου**

3) Να γενικεύσετε τα συμπεράσματά σας συμπληρώνοντας τους πίνακες

- **Δ > 0 τότε το τριώνυμο έχει δυο ρίζες x_1, x_2 ($x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$) και το πρόσημο φαίνεται στον πίνακα**

x	$-\infty$ $\quad$ x_1	x_2	$+\infty$
$\alpha x^2 + \beta x + \gamma$			

- **$\Delta = 0$ τότε το τριώνυμο έχει μία διπλή ρίζα $x_{1,2}$ και το πρόσημο φαίνεται στον πίνακα**

x	$-\infty \qquad x=-\frac{\beta}{2\alpha} \qquad +\infty$	
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$		

- **$\Delta < 0$ τότε το τριώνυμο δεν έχει ρίζες και το πρόσημο φαίνεται στον πίνακα**

x	$-\infty \qquad +\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$	

4) Να περιγράψετε τα βήματα που ακολουθούμε για την εύρεση προσήμου ενός τριωνύμου $\alpha x^2+\beta x+\gamma$

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Έργο 1 (ΟΜΑΔΑ 2)

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ

Γνωρίζουμε ότι: $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha\left[\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2-\frac{\Delta}{4\alpha^2}\right]$

- Αν $\Delta>0$ τότε $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$ όπου $x_1=\frac{-\beta-\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ και $x_2=\frac{-\beta+\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
- Αν $\Delta=0$ τότε $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2$ και έχει μία διπλή ρίζα την $x=-\frac{\beta}{2\alpha}$
- Αν $\Delta<0$ τότε $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha\left[\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2+\frac{|\Delta|}{4\alpha^2}\right]$ και δεν έχει ρίζες

1) **Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου στην περίπτωση που είναι $\Delta>0$ και το τριώνυμο γράφεται $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$ με $x_1<x_2$** αφού πρώτα συμπληρώσεται τα παρακάτω κενά

- Αν $x=x_1$ ή $x=x_2$ τότε το τριώνυμο γίνεται ………………………
- Αν $x<x_1$

  $-\infty \quad x \quad x_1 \quad x_2 \quad +\infty$

  τότε το πρόσημο του $x-x_1$ είναι …………………. και το πρόσημο του $x-x_2$ είναι ……………………., άρα το πρόσημο του $(x-x_1)(x-x_2)$ είναι ………………………

  Επομένως το πρόσημο του $\alpha(x-x_1)(x-x_2)$ είναι: …………………………
- Αν $x_1<x<x_2$ $\quad -\infty \quad x_1 \quad x \quad x_2 \quad +\infty$

  τότε το πρόσημο του $x-x_1$ είναι …………………. και το πρόσημο του $x-x_2$ είναι …………………….άρα το πρόσημο του $(x-x_1)(x-x_2)$ είναι ………………………

  Επομένως το πρόσημο του $\alpha(x-x_1)(x-x_2)$ είναι: …………………………

- Αν $x > x_2$ $\qquad -\infty \quad x_1 \quad x_2 \quad x \quad +\infty$

  τότε το πρόσημο του $x - x_1$ είναι ………………… και το πρόσημο του $x - x_2$ είναι ……………………, άρα το πρόσημο του $(x-x_1)(x-x_2)$ είναι ………………………

  Επομένως το πρόσημο του $\alpha(x-x_1)(x-x_2)$ είναι: …………………………

❖ Σε κάθε περίπτωση να συμπληρώσετε τον πίνακα

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$				

2) **Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου στην περίπτωση που ,όπου το τριώνυμο έχει μια διπλή ρίζα την $x=-\dfrac{\beta}{2\alpha}$**

Στην περίπτωση αυτή ισχύει $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha\left(x+\dfrac{\beta}{2\alpha}\right)^2$ και το πρόσημο του τριωνύμου είναι ………………………εκτός από την ………………………… για την οποία ………………………..

❖ Να συμπληρώσετε τον πίνακα

x	$-\infty$	$x=-\dfrac{\beta}{2\alpha}$	$+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$			

3) **Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου όταν $\Delta<0$, όπου το τριώνυμο δεν έχει ρίζες**. Τότε το τριώνυμο γράφεται: $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha\left[\left(x+\dfrac{\beta}{2\alpha}\right)^2+\dfrac{|\Delta|}{4\alpha^2}\right]$ και το πρόσημό του είναι ……………………………………………

❖ Να συμπληρώσετε τον πίνακα

x	$-\infty$ $+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$	

4) Να περιγράψετε τα βήματα που ακολουθούμε για την εύρεση προσήμου ενός τριωνύμου $\alpha x^2+\beta x+\gamma$

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

Έργο 1 (ΟΜΑΔΑ 3)

1) Ανοίξτε το αρχείο

http://photodentro.edu.gr/aggregator/lo/photodentro-lor-8521-1752

και πειραματιστείτε αλλάζοντας τις σταθερές α,β,γ της συνάρτησης. Τι σχήμα προκύπτει; Κρατήστε τις δυο από τις τρεις σταθερές και μεταβάλλεται την τρίτη. Πως επηρεάζει το γράφημα η κάθε μεταβλητή;

………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
…………………………………………..

2) Κρατήστε το α > 0 μεταβάλλεται το γ. Κάντε κλικ στο κουμπί επιλογής «**Διακρίνουσα ρίζες**» και συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις

- Όταν Δ < 0 η παραβολή (το τριώνυμο) …………………………τον άξονα x΄x, δεν έχει ρίζες και το πρόσημό του είναι ………………………. δηλαδή ……………………….. του α
- Όταν Δ = 0 η παραβολή (το τριώνυμο) …………………………του άξονα x΄x, έχει μία ρίζα και το πρόσημό του είναι ………………………. δηλαδή ……………………….. του α (**π.χ α = 1, β =2, γ = 1**)
- Όταν Δ > 0 η παραβολή (το τριώνυμο) …………………………τον άξονα x΄x σε δύο σημεία , δηλαδή έχει ……………… και το πρόσημό του είναι ………………………ανάμεσα στις ρίζες ,δηλαδή ……………….. του α και ………………………..εκτός των ριζών, δηλαδή…………………. του α (π.χ **α = 1, β =2, γ = -1**)

3) Πατήστε το κουμπί επιλογής «**Πίνακας προσήμου**» και επαναλάβετε το προηγούμενο βήμα με α < 0. Ισχύουν αντίστοιχα συμπεράσματα;

4) Να γενικεύσετε τα συμπεράσματά σας συμπληρώνοντας τους πίνακες

- **Αν $\Delta > 0$ τότε το τριώνυμο έχει δυο ρίζες x_1 , x_2 ($x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$) και το πρόσημο φαίνεται στον πίνακα**

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$				

- **Αν $\Delta = 0$ τότε το τριώνυμο έχει μία διπλή ρίζα $x_{1,2}$ και το πρόσημο φαίνεται στον πίνακα**

x	$-\infty$	$x=-\frac{\beta}{2\alpha}$	$+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$			

- **Αν $\Delta < 0$ τότε το τριώνυμο δεν έχει ρίζες και το πρόσημο φαίνεται στον πίνακα**

x	$-\infty$	$+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$		

5) Επαληθεύσετε τα παραπάνω πατώντας το κουμπί επιλογής «**Θεωρία**»

6) Να περιγράψετε τα βήματα που ακολουθούμε για την εύρεση προσήμου ενός τριωνύμου $\alpha x^2+\beta x+\gamma$

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Έργο 2 (ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ)

α) Να μελετήσετε το πρόσημο του τριωνύμου x^2-3x+2 για τις διάφορες τιμές του x

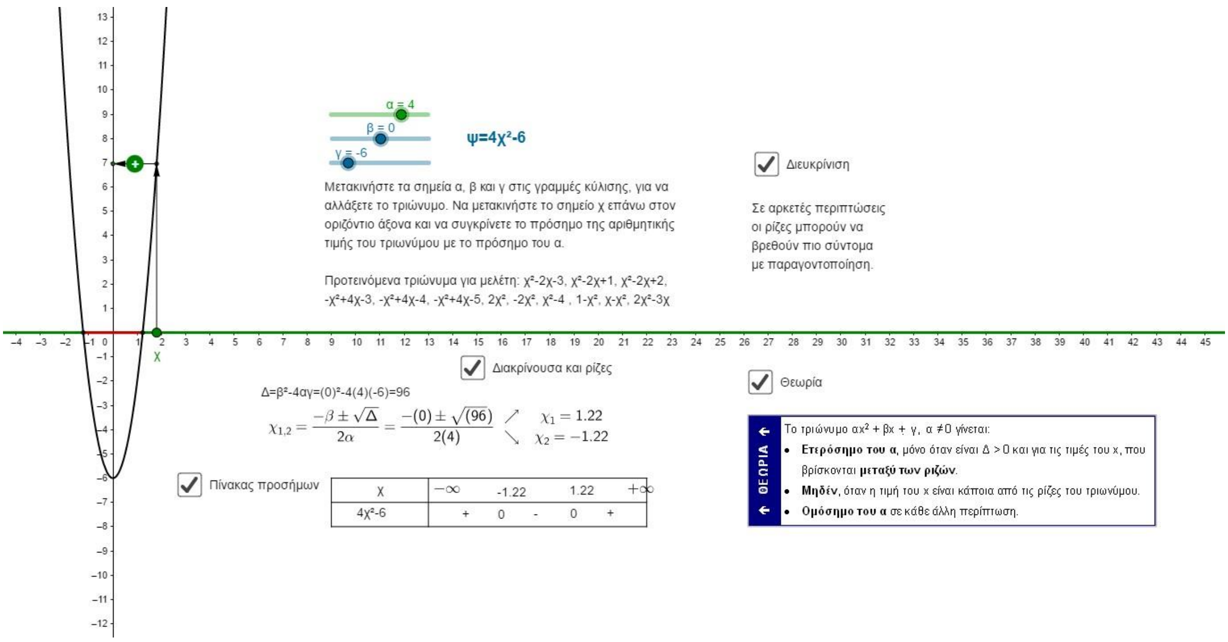
β) Να λύσετε την ανίσωση $-2x^2+3x+2<0$

2.2.2 Χαρακτηριστικά της μαθηματικής δραστηριότητας που επιδιώκεται να αναδειχθούν κατά την ενασχόληση των μαθητών με καθένα από τα συγκεκριμένα έργα

Από την 1η ομάδα αναμένουμε εύκολα από τους μαθητές να προσδιορίσουν το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου α και της Διακρίνουσας Δ, μέσα από τις γραφικές παραστάσεις που τους δίνονται και να συμπληρώσουν τον πίνακα που ακολουθεί. Στην συνέχεια πρέπει να συνδέσουν τις γραφικές παραστάσεις και τις τιμές των α, Δ με το πρόσημο της συνάρτησης $y = ax^2 + \beta x + \gamma$, άρα με το πρόσημο του τριωνύμου. Το σημείο αυτό είναι ένα από τα κρίσιμα σημεία του Μαθηματικού Έργου και αναμένουμε με ενδιαφέρον την πραγματοποίησή του. Στην συνέχεια οι μαθητές θα πρέπει να γενικεύσουν τα συμπεράσματά τους μέσα από την συμπλήρωση των τριών πινάκων που ακολουθούν. Τέλος θα περιγράψουν την διαδικασία εύρεσης προσήμου.

Η 2η ομάδα, καλείτε να φτάσει στο στόχο με την βοήθεια της παραγοντοποίησης του τριωνύμου. Για το σκοπό αυτό, αρχικά θυμίζουμε τις μορφές του τριωνύμου, ανάλογα με το πρόσημο της Διακρίνουσας. Μέσα από αυτή την οδό δεν αναμένονται δυσκολίες όσον αφορά την συμπλήρωση του φύλλου εργασίας και το πρόσημο του τριωνύμου (θετικό – μηδέν – αρνητικό). Σε κάθε περίπτωση δίνονται και αντίστοιχα σχήματα ώστε οι μαθητές να ανακαλύψουν μόνοι τους το πρόσημο.

Η 3η ομάδα πειραματίζεται με ένα έτοιμο αρχείο Geogebra παρατηρώντας την γραφική παράσταση της $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ μέσα από τις μεταβαλλόμενες τιμές των α, β, γ. Στην



συνέχεια και με οδηγό το φύλλο εργασίας που τους ανατέθηκε καταλήγουν στον στόχο, δηλαδή την ανακάλυψη του προσήμου, αρχικά της συνάρτησης και στην συνέχεια του τριωνύμου.

Τέλος επαληθεύουν τα συμπεράσματά τους πατώντας το κουμπί ¨ Θεωρία¨ και περιγράφουν τα βήματα προσδιορισμού προσήμου.

2.3 Διδακτικές ενέργειες – διδακτικές πρακτικές

2.3.1 Ρόλος του εκπαιδευτικού

Ο εκπαιδευτικός γνωρίζοντας ήδη τους μαθητές του ως προς τα ενδιαφέροντα τους, τις γνώσεις τους και τις δεξιότητες χρησιμοποιεί την στρατηγική της ευέλικτης ομαδοποίησης (Flex-grouping). Η ευέλικτη ομαδοποίηση ελαχιστοποιεί το στίγμα της διαφορετικότητας και για πολλούς μαθητές βοηθά στη μείωση του άγχους τους. Έτσι δημιουργεί ετερογενείς ομάδες (τετράδες μαθητών) με διαφορετική ετοιμότητα και μαθησιακό προφίλ. Με αυτόν τον τρόπο ενισχύει την επικοινωνία, την αλληλεπίδραση, το λόγο, τη συμπερίληψη και τον μαθηματικό γραμματισμό τους (κοινωνικοπολιτισμικές πρακτικές).

Ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί την στρατηγική «**Γνωρίζω – Κάνω – Κατανοώ**» (**Know, Understand and DO – KUD**). Σχεδιάζει την διδασκαλία εστιάζοντας στους στόχους του Ν.Π.Σ, οι οποίοι μέσα από τα έργα του, καθοδηγούν τους μαθητές σε συγκεκριμένες δράσεις. Με την στρατηγική αυτή αρχικά οι μαθητές γνωρίζουν κάποιες προαπαιτούμενες γνώσεις από τις προηγούμενες τάξεις, στην συνέχεια μέσα από τα Μαθηματικά Έργα καταλήγουν στην ανακάλυψη του προσήμου ενός τριωνύμου.

Ο εκπαιδευτικός μοιράζει το φύλλο εργασίας στις ομάδες. Θα χρησιμοποιηθεί η **διαφοροποίηση** ως προς τον τρόπο εργασίας. Κάποιες ομάδες θα προσεγγίσουν το θέμα με χαρτί – μολύβι και κάποιες θα χρησιμοποιήσουν το λογισμικό geogebra.

Ο εκπαιδευτικός κινείται ανάμεσα στις ομάδες και με φθίνουσα καθοδήγηση (όπου χρειάζεται) ενθαρρύνει τους μαθητές, τους δίνει ανατροφοδότηση ώστε να καταλήξουν στον στόχο. Όταν οι μαθητές ολοκληρώσουν το έργο τους ένας εκπρόσωπος από κάθε ομάδα θα παρουσιάσει τα αποτελέσματα στην ολομέλεια της τάξης.

Ο εκπαιδευτικός επιβραβεύει, συμπληρώνει, ρωτάει και ενθαρρύνει την κάθε ομάδα αλλά και ολόκληρο το τμήμα. Όταν τελειώσουν την παρουσίαση, γίνεται η **Ετερο-αξιολόγηση (Συνεργασία)**. Κυκλικά ο εκπαιδευτικός αξιολογεί την ομάδα ως προς τη συνεργασία και την ολομέλεια. Ταυτόχρονα έχουμε και την **αυτοαξιολόγηση** (**Συνεργασία – Πρωτοβουλία**) από τους μαθητές μέσα στις ομάδες τους με τη μέθοδο της ρουμπρίκας.

2.3.2 Ρόλος του μαθητή – μαθηματικές πρακτικές

Η εργασία των μαθητών μέσα στις ομάδες δίνει, όπως αναφέραμε, επιπλέον γνωστικά και κοινωνικοπολιτισμικά στοιχεία, όπως η επικοινωνία, η αλληλεπίδραση, ο λόγος, η μαθηματική ταυτότητα μάθησης. Έτσι αναπτύσσεται η πρακτική της μαθηματικής επικοινωνίας, είτε αυτή αποτυπώνεται προφορικά είτε γραπτά είτε εικονικά. Η από κοινού δημιουργία εργασίας επιτρέπει την συνεργασία και την μάθηση. Με την διαφοροποίηση της εργασίας των ομάδων (πρακτική επιλογής και χρήσης εργαλείων) προσφέρονται ευκαιρίες διατύπωσης και διερεύνησης του προβλήματος. Σε όλες τις ομάδες οι μαθητές θα αξιοποιήσουν τις μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες και θα διαμορφώσουν τις κατάλληλες στρατηγικές για να πετύχουν τον στόχο τους.

2.3.3 Διαχείριση του δυναμικού της τάξης (της εμπλοκής των μαθητών, της αλληλεπίδρασης και της επικοινωνίας στην τάξη, των πόρων μάθησης, κ.ά.)

Το παρόν σενάριο δημιουργήθηκε με στόχο την γνωστική – ατομική και κοινωνικό – πολιτισμική συμμετοχική προσέγγιση στην μάθηση. Η δημιουργία ετερογενών ομάδων από τον εκπαιδευτικό (διαφορετικής κουλτούρας, διαφορετικών πολιτισμικών και κοινωνικών ομάδων) βοηθά, ώστε η διδασκαλία και η μάθηση να εξελίσσεται τόσο σε ατομικό όσο και σε συλλογικό επίπεδο. Η διαφοροποίηση της εργασίας (διαφορετικοί τρόποι προσέγγισης, έργο 1) δίνει την δυνατότητα αξιοποίησης ποικιλίας εργαλείων, όπως η γλώσσα, τα σύμβολα, τα ψηφιακά εργαλεία, τα οποία είναι απαραίτητα για ένα ενεργό διάλογο με το περιβάλλον. Μέσα από το έργο επιχειρείται η ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων της μάθησης, γεγονός που δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά με περισσότερη εμπιστοσύνη και αυτοπεποίθηση.

2.3.4 Διαχείριση ΄πρακτικών΄ παραμέτρων (π.χ. ο χρόνος και οι υλικοτεχνικές υποδομές)

Το σενάριο προτείνεται να πραγματοποιηθεί στο εργαστήριο πληροφορικής, ώστε όλες οι ομάδες των μαθητών να μπορούν να κάνουν χρήση υπολογιστή. Ο εκπαιδευτικός κάνει χρήση διαδραστικού πίνακα (ή υπολογιστή με προβολέα), όταν και όποτε χρειαστεί, για να μπορεί να απευθυνθεί στην ολομέλεια της τάξης. Η συγκρότηση και η κατανομή των ομάδων έχει διαμορφωθεί κατάλληλα, ώστε το σύνολο των μαθητών να έχει πρόσβαση τόσο οπτική τόσο και σωματική με το διαδραστικό πίνακα της τάξης. **Λόγω ενεργειακής αναβάθμισης του σχολείου μας το σενάριο πραγματοποιήθηκε στην αίθουσα διδασκαλίας όπου μια από τις ομάδες μας δούλεψε με τον φορητό υπολογιστή του διδάσκοντα, ο οποίος παραχωρήθηκε για το σκοπό αυτό.**

Το σενάριο σχεδιάστηκε με σημείο αναφοράς τα Νέα Προγραμμάτων Σπουδών, και συγκεκριμένα εφαρμογή της μελέτης μαθήματος (lesson study), και υλοποιήθηκε στην τάξη από τον Διδάσκων κ. Πατέρα Ιωάννη παρουσία της συναδέλφου Μαθηματικό κ. Μόσχου Αικατερίνης.

Η κατανομή των θρανίων της τάξης έχει διαμορφωθεί με τον κατάλληλο τρόπο, ώστε να μπορούν όλα τα μέλη κάθε ομάδας να εργαστούν, να επικοινωνήσουν μεταξύ τους και να συμβάλλουν στην επιτυχή διεκπεραίωση των ερωτημάτων του έργου που πραγματεύονται.

Προτείνεται να διατεθεί (1) διδακτική ώρες για την υλοποίηση του σεναρίου. Την 1^{η} διδακτική ώρα οι μαθητές θα πραγματοποιήσουν τα έργα 1 και 2 . Εφόσον υπάρξει χρόνος, οι εκπρόσωποι των ομάδων θα παρουσιάσουν στην ολομέλεια της τάξης τα αποτελέσματα και τις διαφορετικές προσεγγίσεις τους.

3. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

3.1 Αξιολόγηση μάθησης/μαθητή

Τα προτεινόμενα μαθηματικά έργα είναι αντιπροσωπευτικά για την εύρεση του προσήμου ενός τριωνύμου αλλά και για την λύση ανισώσεων 2^{ου} βαθμού. Τα έργα ικανοποιούν το προσδοκώμενο μαθησιακό αποτέλεσμα που τέθηκε στο νέο πρόγραμμα σπουδών για την συγκεκριμένη ενότητα. Οι ερωτήσεις των έργων είναι κλιμακωτής και διαβαθμισμένης δυσκολίας και δεν αναφέρονται αυστηρά και μόνο με υπολογιστικές μεθόδους.

Το πρώτο επίπεδο αξιολόγησης είναι η διαμορφωτική αξιολόγηση. Ο εκπαιδευτικός κατά την διάρκεια πραγματοποίησης των έργων συντονίζει, καθοδηγεί, επαναλαμβάνει, ρωτάει και ενθαρρύνει την κάθε ομάδα χωριστά. Ταυτόχρονα αξιολογεί την κάθε ομάδα αλλά και τον κάθε μαθητή ξεχωριστά για τη συνεργασία, την πρωτοβουλία και την υπευθυνότητα.

Με την ολοκλήρωση του 1^{ου} έργου από τις ομάδες δίνεται το 2^{ο} έργο προς επίλυση για την τελική – ανακεφαλαιωτική αξιολόγηση.

3.2 Αξιολόγηση για το διδακτικό έργο

Με την ολοκλήρωση των έργων από τις ομάδες, δεν υπήρξε χρόνος για να παρουσιάσουν οι ομάδες τα αποτελέσματά τους στην ολομέλεια της τάξης, όπως αρχικά είχε σχεδιαστεί. Έτσι οι ομάδες προχώρησαν στην εκτέλεση του 2^{ου} έργου τους, μιας ατομικής εφαρμογής, που αφορά την τελική αξιολόγηση.

Κατά την πορεία της πραγματοποίησης των μαθηματικών έργων υπήρξαν κάποια κρίσιμά σημεία τα οποία πρέπει να επισημανθούν. Στην ομάδα (1) παρατηρήθηκαν δυσκολίες στην 2^{η} ερώτηση του φύλλου εργασίας που αφορούσε το πρόσημο της συνάρτησης (τριωνύμου). Θα έπρεπε να υπάρχουν επιπλέον αναφορές για το τι συμβαίνει ανάμεσα στις ρίζες και τι συμβαίνει εκτός.

Στην ομάδα (2) παρατηρήθηκαν δυσκολίες σχετικά με το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου. Αν υπήρχαν δυο περιπτώσεις για το πρόσημο του α (θετικό ή αρνητικό) οι μαθητές θα οδηγούνταν πιο εύκολο στο επιθυμητό αποτέλεσμα.

Τέλος η ομάδα (2) χρησιμοποιώντας ψηφιακά εργαλεία δεν αντιμετώπισε κανένα πρόβλημα στην όλη πορεία προς τον στόχο τους.

4. ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Η αποτελεσματικότητα του εκπαιδευτικού κρίνεται από το επίπεδο του αναστοχασμού του, με πόση προσοχή και συχνότητα εξετάζει την ποικιλία των πρακτικών, των πεποιθήσεων, των αντιλήψεων και των αξιών του, από τη σαφήνεια του προσδιορισμού των διαθέσιμων επιλογών του, από την εξέταση των δικών του επαγγελματικών αξιών αλλά και των συνειδητών επιλογών του ως προς των τρόπο που πρέπει να πράττει με στόχο την ενίσχυση της ποιότητας και της αποτελεσματικότητας του έργου του (Cimer et al., 2013:134).

4.1 Για τον σχεδιασμό της διδασκαλίας

Με ποιον τρόπο θα αξιοποιήσουμε ως εκπαιδευτικοί τα έργα του σεναρίου κατά τη διδασκαλία στην τάξη, έτσι ώστε να παρακινήσουμε τους μαθητές να «ανακαλύψουν» τις «λύσεις» τους μέσα στα πλαίσια της συμμετοχικής και διερευνητικής μάθησης, του πειραματισμού και της διατύπωσης εικασιών αλλά και ελέγχου των «αποτελεσμάτων» τους;

- Η ενασχόληση των μαθητών με τα προσφερόμενα έργα του σεναρίου έδωσε την δυνατότητα στους μαθητές να επικοινωνήσουν , να διαπραγματευτούν να συζητήσουν και να φτάσουν στο επιδιωκόμενο αποτέλεσμα μόνοι τους, μέσα από την υλοποίηση των έργων τους, πράγμα που καθιστά την μάθηση πιο αποτελεσματική και ενδιαφέρουσα.
- Η τελική αξιολόγηση ανατέθηκε ατομικά για να δούμε τα αποτελέσματα από τον κάθε μαθητή χωριστά ώστε να έχουμε πλήρη εικόνα για την διαδικασία της μάθησης.
- Η χρήση του λογισμικό geogebra ήταν πολύτιμη καθώς η ομάδα αυτή είχε τα λιγότερα προβλήματα κατά την υλοποίηση του έργου.

4.2 Για την μαθησιακή διαδικασία

- Στον αναστοχασμό δεν έχουμε μια στείρα επαναφορά από τα γεγονότα και τις ενέργειες της τάξης. Έχουμε στην ουσία επανεξέταση και εκ νέου προσδιορισμό μέσα από διαφορετικό πρίσμα, με μεγαλύτερη και καλύτερη οπτική γωνία παρατήρησης των θεμάτων αυτών με ολιστική προσέγγιση και επανακαθορισμό των διδακτικών πρακτικών και τον επανασχεδιασμό τους όπου κριθεί ότι απαιτείται.
- Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω παρατηρήθηκαν δυσκολίες στις δυο πρώτες ομάδες, και κρίνεται απαραίτητη μια πιο λεπτομερής καθοδήγηση στο σχεδιασμό των δυο πρώτων φύλλων εργασίας.

- Τέλος κρίνουμε απαραίτητη και σημαντική την ποικιλία και την εναλλαγή των προσεγγίσεων στα μαθηματικά έργα του σεναρίου;

4.3 Για την διδακτική προσέγγιση

- Από τα μαθηματικά έργα του σεναρίου, τις μαθηματικές διεργασίες, τις μαθηματικές προσεγγίσεις και πρακτικές υποστηρίζονται οι διδακτικές στρατηγικές **συμπερίληψης** και **διαφοροποίησης** σύμφωνα με το Νέο Πρόγραμμα Σπουδών
- Κατά τη διδασκαλία αναπτύσσονται πλούσιες μαθηματικές δραστηριότητες, οι οποίες προσφέρουν στους μαθητές ευκαιρίες ανάπτυξης ποικιλίας σε μαθηματικές και κοινωνικοπολιτισμικές πρακτικές που τους οδηγούν σε Μεγάλες Μαθηματικές Ιδέες, στα αντίστοιχα μαθηματικά νοήματα και εν τέλει, στο ζητούμενο, δηλαδή την αυθεντική μαθηματική σκέψη;

4.4 Για την ανατροφοδότηση του/της εκπαιδευτικού και της πρακτικής του/της (επαγγελματική ανάπτυξη)

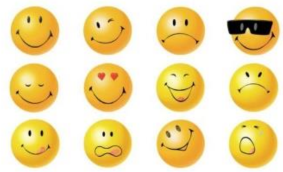
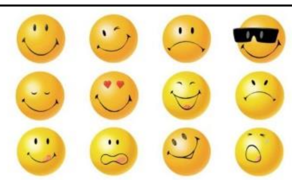
- Όπως ήδη αναφέραμε **δεν υπήρξε χρόνος για να παρουσιάσουν οι ομάδες τα αποτελέσματά τους στην τάξη, μια διαδικασία πολύ σημαντική για την ανάπτυξη των μαθητών. Άρα κρίνεται σκόπιμο το παρόν έργο για να διδαχτεί απαιτούνται 2 διδακτικές ώρες.**
- Τα έργα του σεναρίου συνέβαλλαν, ώστε οι μαθητές μέσα από την συμμετοχή και ενεργό εμπλοκή τους στην εκπαιδευτική διαδικασία να εκτιμήσουν και να αποδώσουν αξία στα Μαθηματικά, να αναπτύξουν τις μαθηματικές πρακτικές τους, να αξιοποιήσουν ποικίλους πόρους και εργαλεία. Με ένα δίωρο σχεδιασμό θα μπορούσαμε να εισάγουμε και κάποιο πρόβλημα ώστε οι μαθητές να αναγνωρίσουν τη σύνδεση των μαθηματικών με άλλα πεδία γνώσης και της καθημερινής δράσης, έτσι ώστε να έχουν εμπιστοσύνη στα μαθηματικά και να τα «βλέπουν» με κριτική σκέψη.
- Η αξιοποίηση των έργων βοήθησε στο σχεδιασμό περιβαλλόντων μάθησης (ατομικής οικοδόμησης της γνώσης, διερευνητικής/ανακαλυπτικής μάθησης

συμμετοχικής/συνεργατικής μάθησης) που προτείνει το Νέο Πρόγραμμα Σπουδών.

.

ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Απάντηση: **ΦΑΤΣΟΥΛΑ= κυκλώνουμε την επιθυμητή** **…. : γράφουμε την άποψή μας**

α/α	**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ**	**Απάντηση (ΝΑΙ/ΟΧΙ/ΦΑΤΣΟΥΛΑ/ΣΧΟΛΙΟ)**
1	Επιλέξτε φατσούλα για τη συνεργασία.	
2	Καλύτερα μόνος; Επιλέξτε φατσούλα.	
3	Επιλέξτε φατσούλα για αποτελεσματικό ή όχι το μάθημα.	
4	Επιλέξτε φατσούλα για το πως πέρασα ως μέλος της ομάδας α) στην εκπόνηση και β) στην παρουσίαση των εργασιών.	 α)  β)
5	Επιλέξτε φατσούλα για το πώς κρίνω τη συνεργασία με τους υπόλοιπους της ομάδας μου /ή και με τις άλλες ομάδες.	
6	Θα προτιμούσα την παραδοσιακή διδασκαλία;	
7	Τι με δυσκόλεψε περισσότερο/ή δεν μου άρεσε ...	…
8	Τι μου άρεσε περισσότερο ...	…