

0 1 2

3 4 5 6

7 8 9 ...

**ΤΑΞΗ: Β2΄**

**ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ "ΙΣΤΟΡΙΑ ΚΑΙ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΓΡΑΦΗΣ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ"**

*(Επιτομή των ατομικών εργασιών των μαθητών του τμήματος)*

**Συντονιστής καθηγητής : ΜΠΟΥΡΛΙΑΚΑΣ ΘΕΟΔΩΡΟΣ**



## Η έννοια των αριθμών

Η έννοια των αριθμών, γεννήθηκε πολύ παλαιότερα από κάθε άλλο στοιχείο στον κόσμο των μαθηματικών. Αυτό το συνεχώς εξελισσόμενο σύνολο αποτέλεσε τον θεμέλιο λίθο για κάθε άλλη ανακάλυψη που προέκυψε μεταγενέστερα στην ιστορία των επιστημών. Η εγγενής ανάγκη του ανθρώπου να μετρήσει, οδήγησε τους πρώτους μαθηματικούς στην ιστορία της ανθρωπότητας να δημιουργήσουν μία ομάδα συμβόλων, που αποτέλεσε το αρχικό σύστημα αρίθμησης.

Ο άνθρωπος από πολύ νωρίς, χρησιμοποίησε σύμβολα για να συμβολίζει αριθμούς. Οι αρχαίοι Έλληνες, οι οποίοι, άλλωστε, είναι εκείνοι, που θεμελίωσαν τα μαθηματικά ως πραγματική επιστήμη, χρησιμοποιούσαν για αριθμητικά σύμβολα τα γράμματα του αλφαβήτου τους, αλλά δεν εκτόνησαν ένα κατάλληλο σύστημα για την παράσταση κάθε αριθμού με έναν περιορισμένο αριθμό συμβόλων. Όμως έλειπε ένα σύμβολο για το “ μηδέν ”. Το σύμβολο αυτό εισήγαγαν οι Ινδοί και τελειοποίησαν τη χρήση του οι Άραβες, οι οποίοι και μετάδωσαν τη γραφή των αριθμών, που χρησιμοποιείται σήμερα στην Ευρώπη και χαρακτηρίζεται ως αραβική ή ινδική ή αραβοινδική. Παρόλα αυτά χρειάστηκαν 2 αιώνες (13<sup>ος</sup> – 15<sup>ος</sup>) για να επικρατήσει η αραβική αρίθμηση θέσης.

## Τα πρώτα βήματα και η ανακάλυψη των Φυσικών Αριθμών

Το πρώτο, έστω και αφηρημένο, σύστημα αρίθμησης εμφανίστηκε στην αρχαία Μεσοποταμία, γύρω στο 3.500 Π.Χ. Τέσσερις δεκαετίες αργότερα οι Αιγύπτιοι μαθηματικοί παρουσίασαν ένα δικό τους, πιο ορθά δομημένο, σύστημα με βάση το 10. Το πρώτο σύνολο αριθμών γρήγορα διαδόθηκε στους πιο εξελιγμένους πολιτισμούς, με τους αρχαίους Έλληνες να παίρνουν τα σκήπτρα για να συμβάλλουν στην πορεία των μαθηματικών. Πρώτο σύστημα αρίθμησης ήταν ουσιαστικά αυτό που στη συνέχεια της μαθηματικής ιστορίας ονομάστηκε «Φυσικοί Αριθμοί».

## Τι είναι οι Φυσικοί αριθμοί

**Φυσικό αριθμό** λέμε οποιοδήποτε πεπερασμένο πλήθος ακέραιων μονάδων, συμπεριλαμβανόμενων τόσο του «μοναδιαίου πλήθους» μονάδων (δηλαδή του ενός) όσο και του «ανύπαρκτου πλήθους» μονάδων (δηλαδή του μηδενός).

Οι πιο γνωστοί φυσικοί αριθμοί ήταν οι :1, 2, 3, και ούτω καθεξής (το 0 δεν ήταν καν ένας αριθμός για τους αρχαίους Έλληνες). Ωστόσο, τον 19ο αιώνα οι θεωρητικοί μαθηματικοί άρχισαν να συμπεριλαμβάνουν το 0 στο σύνολο των φυσικών αριθμών. Σήμερα, το μαθηματικό σύμβολο για το σύνολο όλων των φυσικών αριθμών είναι **N**. Στο σύστημα αρίθμησης με βάση το 10, τα σύμβολα για τους φυσικούς αριθμούς γράφονται χρησιμοποιώντας δέκα ψηφία: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Σε αυτό το σύστημα, το δεξιότερο ψηφίο ενός φυσικού αριθμού έχει τιμή θέσεως 1 και κάθε άλλο ψηφίο έχει αξία, δέκα φορές μεγαλύτερη από την αξία του ψηφίου στα δεξιά του.

## ΤΟ ΜΗΔΕΝ

Το μηδέν δεν υπήρχε σαν σύμβολο πάντοτε στην αρίθμηση. Οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν το μηδέν ήταν οι Μάγια, μια ολόκληρη χιλιετία πριν το ινδοαραβικό σύστημα υιοθετηθεί από την Ευρώπη. Το μηδέν εμφανίζεται για πρώτη φορά σε γραπτό κείμενο στις Ινδίες, το 876 μ.Χ.

## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΙΣΗΣ

Κατά τη διάρκεια της ιστορίας, αρκετοί λαοί ανέπτυξαν ένα δικό τους σύστημα αρίθμησης, είτε δανείστηκαν αντίστοιχα άλλων λαών κάνοντας κάποιες τροποποιήσεις σε αυτά. Αυτοί είναι οι Μάγια, οι Κινέζοι, οι Αιγύπτιοι, οι Βαβυλώνιοι, οι Σουμέριοι, οι Έλληνες, οι Ίνκας, οι Ινδοί, οι Άραβες και οι Ρωμαίοι.

### 1)Μάγια (2000πΧ - 1540μΧ)

Οι Μάγια είχαν θεσιακό σύστημα αρίθμησης στο οποίο οι αριθμοί παριστάνονται με ορισμένα σύμβολα ή συνδυασμούς τους και η αξία των αριθμών αυτών υπολογίζεται με βάση τις αξίες των συμβόλων και τη θέση τους. Είναι εικοσαδικό σύστημα που είχε ως βάση τον αριθμό είκοσι (20). Υπήρχαν σύμβολα για το ένα, το πέντε, ακόμη και για το μηδέν. Οι Μάγια ήταν από τους λίγους αρχαίους λαούς που είχαν κατανοήσει την σημασία του μηδενός. Η χρήση του μηδενός, τους επέτρεπε να γράφουν πολύ μεγάλους αριθμούς. Τα Μαθηματικά των Μάγια και των λαών της Μέσης Αμερικής δεν είχαν επηρεαστεί από κανέναν λαό του Αρχαίου Κόσμου, λόγω της γεωγραφικής τους θέσης. Εκτός αυτού, δεν έχουν διασωθεί πολλά στοιχεία για τον πολιτισμό των Μάγια, άρα δεν επηρέασαν και κανέναν άλλο λαό.

ΜΑΓΙΑ: ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ 0 ΕΩΣ 19				
	•	• •	• • •	• • • •
0	1	2	3	4
—	•	• •	• • •	• • • •
5	6	7	8	9
==	•	• •	• • •	• • • •
10	11	12	13	14
===	•	• •	• • •	• • • •
15	16	17	18	19

### 2)Κινέζοι

Το κινεζικό σύστημα αρίθμησης δεν είναι θεσιακό (η αξία δηλαδή του αριθμού δεν καθορίζεται από τη θέση του συμβόλου μέσα σε αυτόν). Οι διάφοροι αριθμοί μπορούν να μετακινηθούν χωρίς να χάσουν τις διατακτικές τους ιδιότητες. Στα Κινέζικα, ο αριθμός γράφεται από πάνω προς τα κάτω αντί να γράφεται από αριστερά προς τα δεξιά. Δεν υπήρχε το 0, το οποίο δεν χρησιμοποιήθηκε πριν από τον 15<sup>ο</sup> αιώνα π.Χ. Χρησιμοποιούσαν αυστηρή δεκαδική σημειογραφία, και ήταν τελείως ανεξάρτητο από εκείνο που χρησιμοποιήθηκε στη Μεσοποταμία.

Το σύστημα αριθμών ήταν δεκαδικό και είχε ξεχωριστές λέξεις για τους αριθμούς από το 1 έως το 9. Το 10 αποτελούσε την αρχή ενός νέου κύκλου

## Chinese Numbers

	Powers of Ten													
Arabic Number	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000
Standard Version	0	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
Capital Version	零	壹	貳	參	肆	伍	陸	柒	捌	玖	拾	佰	仟	萬
Rod numbers	0	丨		川	乂	ㄥ	六	六	三	文	十	百	千	万

中國的數字 CHINAESE NUMBERS

零	一	二	三	四
zero	one	two	three	four
五	六	七	八	九
five	six	seven	eight	Nine
十	百	千	萬	億
Ten	Hundred	Thousand	Ten thousand	One hundred million
		兆		
		Trillion		

### 3)Αιγύπτιοι (3.000 – 2500π.Χ.)

Το αριθμητικό σύστημα των Αρχαίων Αιγυπτίων εμφανίστηκε περίπου το 3.000 – 2.500π.Χ. Οι Αιγύπτιοι είχαν ένα σύστημα με βάση δέκα ιερογλυφικά, δηλαδή είχαν ξεχωριστά σύμβολα για τις μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, κ.τ.λ. Δεν είναι σύστημα θέσης αφού η αξία κάθε συμβόλου είναι πάντοτε ίδια, ανεξάρτητα από τη θέση που έχει μέσα στον αριθμό. Επίσης οι αριθμοί γράφονταν πάντα από τα δεξιά προς τα αριστερά. Οι Αιγύπτιοι δεν χρησιμοποιούσαν το μηδέν στα μαθηματικά τους ενώ φαίνεται να έχουν σύμβολο για το άπειρο. Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι παρέλαβαν την αριθμητική από τους Βαβυλώνιους.

Δημιούργησαν 2 είδη γραφής, την αιγυπτιακή ιερογλυφική ,την οποία χρησιμοποιούσαν καθημερινά ,και την αιγυπτιακή ιερατική που χρησιμοποιούνταν κυρίως από το ιερατείο,. Ήταν οι πρώτοι που παρίσταναν τον κάθε αριθμό με το ίδιο κατακόρυφο σημάδι, που μοιάζει με δάκτυλο. Έφτιαξαν το σημάδι I για να παριστάνουν τον αριθμό 1. Ακόμη είναι γνωστό ότι δεν γνώριζαν το 0.

Είχαν έναν ορισμένο τρόπο για να γράφουν τα σύμβολα. Επίσης σκέφτηκαν ότι δε χρειάζεται να γραφεί ή να μετρηθεί περισσότερο από εννιά φορές ένα σύμβολο και έτσι επινόησαν ένα καινούργιο σύμβολο για κάθε φορά που έπρεπε να γραφεί κάποιο σύμβολο δέκα φορές. Έδωσαν ιδιαίτερη σημασία στον αριθμό δέκα και για τους αριθμούς από το 1 μέχρι 999 χρησιμοποιούσαν μέχρι τρία σύμβολα.



#### **4)Βαβυλώνιοι (4.000 πΧ – 539 πΧ)**

Το αριθμητικό σύστημα των Βαβυλωνίων ήταν εξηναδικό, θεσιακό δηλαδή το κάθε σύμβολο αναγραφόταν όσες φορές χρειαζόνταν . Θεωρείται ως ένα από τα αρχαιότερα αριθμητικά συστήματα. Αρχικά χρησιμοποιήθηκε από τους Σουμέριους κατά την 4η χιλιετία π.Χ. Κατά τον 18ο αιώνα π.Χ όμως ,όταν οι Βαβυλώνιοι κατέκτησαν τους Σουμέριους, άρχισε να χρησιμοποιείται από αυτούς οι οποίοι και το ανέπτυξαν. Οι Βαβυλώνιοι χρησιμοποιούσαν δύο μόνο σύμβολα για τα μαθηματικά τους το καρφί για τις μονάδες και τη σφήνα για τις δεκάδες. Συνδύαζαν αυτά τα σύμβολα και παρίσταναν όλους τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 59 χρησιμοποιώντας την πρόσθεση με βάση το 10. Το αριθμητικό τους σύστημα δεν είχε καμία σχέση με αυτό των Αιγυπτίων. Οι Βαβυλώνιοι μαζί με τους Ινδούς είχαν από τα πιο αξιόπιστα αριθμητικά συστήματα όπου έγραφαν τον αριθμό αριστερά και στα δεξιά ανάλυαν τα ψηφία του ώστε να φαίνεται η αξία του. Οι Βαβυλώνιοι δεν είχαν σύμβολο για το μηδέν. Για αυτό άφηναν κενό στη θέση του. Κατά την εποχή του Μ. Αλεξάνδρου είχαν εφεύρει ένα σύμβολο για το 0,δύο πλάγιες σφήνες ,για να αντικαθιστούν το κενό. Παρόλα αυτά το σύμβολο για το μηδέν δεν έβαλε τέρμα στα προβλήματα .

## Βαβυλώνιοι

**Ατελής:** μετρώντας από το 1 έως το 59 δεν έχουμε 59 διαφορετικά σύμβολα. Ουσιαστικά για τους αριθμούς αυτούς οι Βαβυλώνιοι έχουν το ίδιο σύστημα με τους Αιγύπτιους, δηλαδή με βάση το 10.

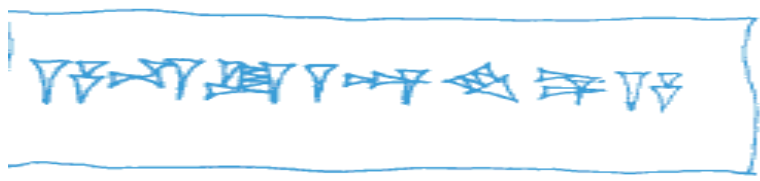
1	𐎶	11	𐎶𐎵	21	𐎶𐎵𐎶	31	𐎶𐎵𐎶𐎵	41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶	51	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵
2	𐎶𐎶	12	𐎶𐎵𐎶𐎶	22	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	32	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	42	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	52	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
3	𐎶𐎶𐎶	13	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	23	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	33	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	43	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	53	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
4	𐎶𐎶𐎶𐎶	14	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	24	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	34	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	44	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	54	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	15	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	25	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	35	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	45	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	55	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	16	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	26	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	36	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	46	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	56	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	17	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	27	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	37	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	47	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	57	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	18	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	28	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	38	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	48	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	58	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	19	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	29	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	39	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	49	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	59	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
10	𐎵	20	𐎵𐎵	30	𐎵𐎵𐎵	40	𐎵𐎵𐎵𐎵	50	𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵		

### 5) Σουμέριοι (3500π.Χ. – 1500π.Χ.)

Μαζί με τους Αιγυπτίους θεωρούνται οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν τους αριθμούς παράλληλα με τη γραφή. Χαρακτηριστικό τους ήταν ότι έγραφαν τους αριθμούς από τα δεξιά προς τα αριστερά. Φαίνεται να έδωσαν ιδιαίτερη σημασία στο εξήντα, λόγω του πλήθους των αριθμών με τους οποίους μπορεί να διαιρεθεί.

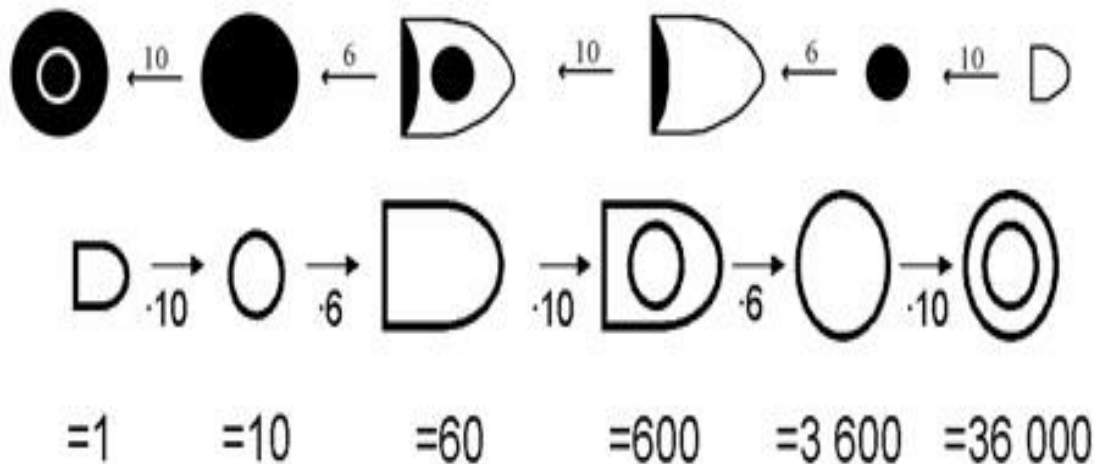
Οι Σουμέριοι είχαν τη σφηνοειδή γραφή, η οποία εμφανίστηκε για πρώτη φορά το 3500 π.Χ. Περίπου το 2500 π.Χ. είχαν αναπτύξει ένα πολύπλοκο σύστημα, το εξηταδικό, θεσιακό σύστημα, σε συνδυασμό στοιχείων του δεκαδικού. Οι σφηνοειδείς αριθμοί γράφτηκαν σε εξητάδα. Το σύστημα, όμως, των Σουμερίων δεν είχε ως βάση το δέκα, αλλά το εξήντα. Από το 1 έως το 59, χρησιμοποιούνταν ένας συνδυασμός μονάδων και δεκάδων. Για το εξήντα ζωγράφιζαν ένα μεγάλο σύμβολο με το σχήμα του D, το 600 συμβολιζόταν με ένα D, που είχε ένα μικρό κύκλο στο εσωτερικό του. Το 3600 ζωγραφιζόταν με ένα μεγάλο κύκλο (O) και το 36000 ήταν ένας μεγάλος κύκλος με ένα μικρό κύκλο στο εσωτερικό του. Οι Βαβυλώνιοι επηρεάστηκαν από το αριθμητικό σύστημα των Σουμερίων και κράτησαν το βασικό αριθμητικό σύστημα, το οποίο είχε ως βάση το δέκα και το εξήντα.

### σφηνοειδής γραφή





εξηνταδικό σύστημα των Σουμερίων




6) Αρχαίοι Έλληνες (7ος αι. π.Χ.)

Οι Αρχαίοι Έλληνες, αντί για αριθμούς χρησιμοποιούσαν γράμματα, για να μπορούν να κάνουν τους πολύπλοκους υπολογισμούς τους με απόλυτη ακρίβεια. Τα σημερινά ψηφία (1,2,3...) δεν είχαν εφευρεθεί ακόμη, καθώς οι Άραβες ήταν αυτοί που τα εφάρμοσαν πρώτοι. Έγραφαν όλους τους αριθμούς τους από το 1 έως το 999 με γράμματα του αλφαβήτου και με την βοήθεια σημείων στίξεως: <<'>> η κεραία επάνω μετά από το γράμμα, <<,>> η ανάποδη κεραία κάτω και πριν από το γράμμα, <<.>> η τελεία μεταξύ των γραμμάτων, <<''>> τα διαλυτικά επάνω από το γράμμα. Έτσι έχουμε: α', β', γ', δ', ε', ζ', η', θ' για τους αριθμούς 1,2,3,4,5,6,7,8,9 αντίστοιχα. Το Ελληνικό αριθμητικό σύστημα είναι μη θεσιακό και βάση του είναι το 10. Χρησιμοποιούσαν δυο είδη αριθμητικών συστημάτων. Το ένα ήταν το Ηρωδιανό ή αττικό σύστημα, το οποίο χρησιμοποιούνταν από τότε που ξεκίνησε η γραφή μέχρι την σταδιακή αποχώρηση του, ανάμεσα στο 100 π.Χ. και 50 π. Χ. Το δεύτερο σύστημα ονομαζόταν ιωνικό ή αλεξανδρινό και χρησιμοποιήθηκε κυρίως μετά το 100 π. Χ. Στο Αττικό σύστημα το 1 συμβολιζόταν από μια απλή κάθετη γραμμή, ενώ τα άλλα πέντε σύμβολα ήταν όλα γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου.

1=
5=Γ ή Π
10=Δ
100=Η
1000=Χ
10000=Μ

Τα σύμβολα γράφονταν συνήθως αλλά όχι πάντα, με φθίνουσα σειρά.

Το ιωνικό αριθμητικό σύστημα περιέχει είκοσι επτά ξεχωριστά σύμβολα, ωστόσο στο αρχαίο ελληνικό αλφάβητο υπήρχαν μόνο είκοσι τέσσερα γράμματα. Για αυτό

χρειάστηκε να προστεθούν τρία επιπλέον σύμβολα, το δίγραμμα F, για το 6, το κόππα Q για το 90 και το σαμπί  για το 900.

Σύμφωνα με το Αττικό σύστημα, οι αριθμοί από το 1- 4 συμβολίζονταν με επαναλαμβανόμενες κατακόρυφες γραμμές. Υιοθέτησαν και ένα νέο σύμβολο για τον αριθμό 5 το γράμμα Π ή Γ.

Οι αρχαίοι Έλληνες δεν έδωσαν λύσεις βιώσιμες στο πρόβλημα παράστασης των φυσικών αριθμών. Χρησιμοποίησαν για την παράσταση των αριθμών το αλφάβητό τους. Οι Έλληνες παρίσταναν τους φυσικούς αριθμούς με δύο τρόπους. Κατά τον ένα για τους 5, 10, 100, 1000 χρησιμοποιούσαν τα γράμματα Π, Δ, Η, Χ δηλαδή τα αρχικά των λέξεων πέντε, δέκα, εκατό, χίλια (το Η ήταν το αρχικό της λέξης εκατό).

Η παράσταση των αριθμών γινόταν με τα γράμματα του τότε αλφαβήτου και με τη χρησιμοποίηση της θέσης του καθενός τους στο αλφάβητο. Το πρόβλημα με αυτό το αριθμητικό σύστημα ήταν ότι δεν ήταν δυνατή η παράσταση μεγάλων αριθμών με έναν περιορισμένο αριθμό συμβόλων. Το μηδέν εμφανίστηκε μετά τον 3ο αιώνα π.Χ., για αυτό και στο ιωνικό σύστημα δεν υπάρχει μηδέν. Στην Ελλάδα το ξεκίνησε ο Πτολεμαίος. Πιθανότατα το σύμβολο μηδέν (0) προήλθε από το πρώτο γράμμα της ελληνικής λέξης <<ουδέν>> ή της λέξης <<οβολός>> που σήμαινε το σχεδόν μηδενικό ποσό για την εποχή. Το αττικό σύστημα των Ελλήνων είναι πιο πρωτόγονο, καθώς βασίζεται σε μια απλή επαναληπτική γραφή την οποία συναντάμε στην πρώτη αιγυπτιακή ιερογλυφική αριθμηση και στα μεταγενέστερα Ρωμαϊκά νούμερα.

### ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ

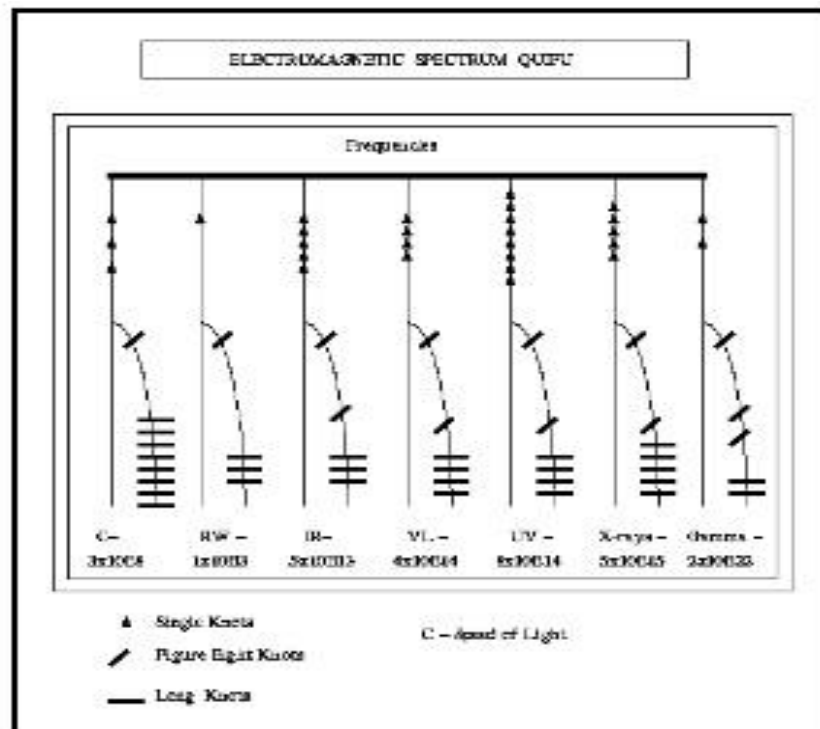
α' 1	ι' 10	ρ' 100	ια 1000
β' 2	κ' 20	σ' 200	ιβ 2000
γ' 3	λ' 30	τ' 300	ιγ 3000
δ' 4	μ' 40	υ' 400	ιδ 4000
ε' 5	ν' 50	φ' 500	ιε 5000
ς' 6	ξ' 60	χ' 600	ις 6000
ζ' 7	ο' 70	ψ' 700	ιζ 7000
η' 8	π' 80	ω' 800	ιη 8000
θ' 9	φ' 90	ξ' 900	ιθ 9000

### 7) Ίνκας (1410 – 1530μ.Χ.)

Οι Ίνκας έφτιαξαν ένα αριθμητικό σύστημα με βάση το 10. Το αριθμητικό τους σύστημα βασιζόταν στα Quirou. Αυτά ήταν περίπλοκα συστήματα σκοινιών με κόμπους που ήταν χρήσιμα στην καταχώρηση και αποθήκευση αριθμητικών πληροφοριών. Το σύστημά τους ήταν δεκαδικό, θεσιακό ,μη ψηφιακό.



Στο αριθμητικό τους σύστημα το 0 αναπαριστά το τίποτα και δεν υπάρχουν κόμποι ανάμεσα σε μία συγκεκριμένη θέση .



### 8) Ινδοί- Ινδουιστές(300 π.Χ-)

Οι Ινδουιστές στην Ινδία δημιούργησαν ένα τέτοιο σύνολο από σύμβολα για τους αριθμούς, που το χρησιμοποιούμε ακόμη και σήμερα. Οι μορφές των συμβόλων δεν είναι ακριβώς ίδιες με αυτές που χρησιμοποιούσαν οι Ινδουιστές πριν από πολλούς αιώνες. Παρόλα αυτά, μπορούμε να αποδώσουμε σε αυτούς τις πρώτες αρχές των αριθμητικών συμβόλων που χρησιμοποιούμε και σήμερα. Οι αριθμοί αυτοί ή οι αρχικοί τους πρόγονοι εμφανίστηκαν για πρώτη φορά στην Ινδία πριν από δύο χιλιάδες διακόσια χρόνια περίπου.

Το ινδικό είναι ένα σύστημα που έχει ως βάση το 10 και περιέχει ένα σύνολο ξεχωριστών συμβόλων για τους αριθμούς από το 1- 9, έχει γραφή θέσης-τιμής, καθώς και 0 και εμφανίστηκε, τον 3 αιώνα π. Χ, στις επιγραφές .Αυτά ήταν τα Βραχμανικά αριθμητικά ψηφία, που ακόμα δεν είχαν εξελιχθεί στα σύμβολα που χρησιμοποιούμε σήμερα. Από τους Ινδουιστές μαθαίνουμε τα εξής: 1=ένα, 2=δύο, 3=τρία, 4=τέσσερα, 5=πέντε, 6=έξι, 7=επτά, 8=οχτώ, 9=εννιά.

Χρειάστηκαν χιλιάδες χρόνια από τότε ώστε οι άνθρωποι να χρησιμοποιούν αριθμητικά σύμβολα για να γράψουν ένα σύμβολο που να δείχνει το "τίποτα", το "μηδέν". Δεν ξέρουμε ακριβώς ποιος ήταν αυτός που το σκέφτηκε, ίσως ήταν κάποιος Ινδουιστής και δεν ξέρουμε πότε συνέβη αυτό. Ίσως πριν από χίλια τριακόσια χρόνια. Το σύμβολο που χρησιμοποιούμε σήμερα για το "μηδέν" είναι ένας

σκέτος κύκλος, χωρίς τίποτα μέσα του. Το γράφουμε με 0. Οι Ινδουιστές το έλεγαν “σούνια”, που σημαίνει τίποτα.

Μπορεί το 0 που χρησιμοποιούμε σήμερα, να είναι δημιούργημα των Ινδών, όμως το γεγονός ότι το γνωρίζουμε οφείλεται στους Άραβες, οι οποίοι αφού το γνώρισαν από τους Ινδούς διέδωσαν τη χρήση του στη Δύση.

Οι Ινδοί αποδείχτηκαν λαμπροί μαθηματικοί με ιδιαίτερη πρόοδο στην Άλγεβρα.

### Ινδική γραφή

—	=	≡	𑌶	𑌷	𑌸	𑌹	𑌺	𑌻
1	2	3	4	5	6	7	8	9
𑌼	𑌽	𑌾	𑌿	𑍀	𑍁	𑍂	𑍃	𑍄
10	20	30	40	50	60	70	80	90
𑍅	100				𑍆	1000		

### 9) Ρωμαίοι

Το Ρωμαϊκό σύστημα αναπαράστασης αριθμών (λατινικοί αριθμοί), ήταν ευρέως διαδεδομένο στην Αρχαία Ρώμη, όμως επιβιώνει ακόμη και στις μέρες μας. Είναι ένα σύστημα που απεικονίζει τους αριθμούς με συνδυασμούς γραμμάτων του λατινικού αλφάβητου που ανάλογα με τη διάταξη τους, προστίθενται ή αφαιρούνται. Βασίζεται στο αντίστοιχο σύστημα αναπαράστασης των Ετρούσκων. Στην αρχική του μορφή περιελάμβανε 5 γράμματα (I, V, X, L και C). Είναι βασισμένο στον αριθμό πέντε. Επειδή χρησιμοποιούσαν ιδιαίτερα σύμβολα για το πέντε, το πενήντα και το πεντακόσια, δεν χρειαζόταν ποτέ να γράφουν περισσότερες από τέσσερις φορές οποιοδήποτε από τα σύμβολα για το ένα, το δέκα και το εκατό.

Όταν τα ρωμαϊκά αυτά ψηφία εμφανίστηκαν για πρώτη φορά δεν είχε σημασία με ποια σειρά θα έμπαιναν στον αριθμό. Είτε έγραφε κανείς XVI, είτε IXV ή VIX ήταν το ίδιο πράγμα, δηλαδή ο αριθμός δεκάξι. Ανεξάρτητα, επομένως, από τη σειρά με την οποία πρόσθετε κανείς το δέκα, το πέντε και το ένα, έφτανε πάντα στο δεκάξι. Αργότερα οι Ρωμαίοι σκέφτηκαν να ελαττώσουν έναν αριθμό που απεικόνιζαν με ένα ιδιαίτερο σύμβολο. Τα σύμβολα γράφονταν πάντα από τα αριστερά προς τα δεξιά και από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.

Οι λαοί της δυτικής Ευρώπης εξακολούθησαν να χρησιμοποιούν τα ρωμαϊκά ψηφία για περισσότερο από εφτακόσια χρόνια μετά το τέλος της Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΛΑΤΙΝΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

I	1	XXI	21	XLI	41	LXI	61	LXXXI	81
II	2	XXII	22	XLII	42	LXII	62	LXXXII	82
III	3	XXIII	23	XLIII	43	LXIII	63	LXXXIII	83
IV	4	XXIV	24	XLIV	44	LXIV	64	LXXXIV	84
V	5	XXV	25	XLV	45	LXV	65	LXXXV	85
VI	6	XXVI	26	XLVI	46	LXVI	66	LXXXVI	86
VII	7	XXVII	27	XLVII	47	LXVII	67	LXXXVII	87
VIII	8	XXVIII	28	XLVIII	48	LXVIII	68	LXXXVIII	88
IX	9	XXIX	29	XLIX	49	LXIX	69	LXXXIX	89
X	10	XXX	30	L	50	LXX	70	XC	90
XI	11	XXXI	31	LI	51	LXXI	71	XCI	91
XII	12	XXXII	32	LII	52	LXXII	72	XCII	92
XIII	13	XXXIII	33	LIII	53	LXXIII	73	XCIII	93
XIV	14	XXXIV	34	LIV	54	LXXIV	74	XCIV	94
XV	15	XXXV	35	LV	55	LXXV	75	XCIV	95
XVI	16	XXXVI	36	LVI	56	LXXVI	76	XCVI	96
XVII	17	XXXVII	37	LVII	57	LXXVII	77	XCVII	97
XVIII	18	XXXVIII	38	LVIII	58	LXXVIII	78	XCVIII	98
XIX	19	XXXIX	39	LIX	59	LXXIX	79	XCIX	99
XX	20	XL	40	LX	60	LXXX	80	C	100
								D	500
								M	1000

150	200	300	400	500	600	700
CL	CC	CCC	CD	D	DC	DCC
800	900	1.000	2.000	10.000	100.000	
DCCC	CM	M	MM	$\overline{X}$	$\overline{C}$	

### 10) Άραβες

Γύρω στο 800 μ.Χ. όχι πολύ αργότερα από τότε που ανακαλύφθηκε το σύμβολο για το 0, τα Ινδουιστικά ψηφία εξαπλώθηκαν στις χώρες βόρεια και δυτικά της Ινδίας. Οι άνθρωποι που κατοικούσαν στις χώρες αυτές μιλούσαν Αραβικά. Οι ινδουιστικοί αριθμοί εξαπλώθηκαν σ' όλο το τμήμα της Αφρικής και από 'κει στην Ισπανία.

Οι Άραβες ονόμαζαν το σύμβολο για το μηδέν "σιφρ". Οι Ευρωπαίοι ονόμασαν τα αριθμητικά σύμβολα του αραβικού συστήματος αραβικούς αριθμούς ή χαρακτήρες, γιατί είχαν προέλθει από αραβόφωνους λαούς. Οι Ευρωπαίοι, βέβαια, δεν ήξεραν ότι η καταγωγή τους ήταν από την Ινδία. Οι Άραβες δεν επηρεάστηκαν μόνο από τους Ινδούς αλλά δέχτηκαν και την αρχαία ελληνική κληρονομιά. Τέλος, είχαν ανακαλύψει μεθόδους για την απλοποίηση εξισώσεων. Δηλαδή, οι Άραβες δεν ανακάλυψαν ένα δικό τους σύστημα αρίθμησης, αλλά τελειοποίησαν αυτό των Ινδών.

Το ινδοαραβικό σύστημα ονομάζεται έτσι γιατί, από όσα γνωρίζουμε από την ιστορική έρευνα, στο πλαίσιο του ινδικού πολιτισμού γύρω στον έβδομο αιώνα άρχισε να χρησιμοποιείται ένα σύστημα με αξία θέσης και βάση το 10, στο οποίο το μηδέν αναπαριστανόταν με μία τελεία. Το σύστημα αυτό υιοθέτησαν οι μουσουλμάνοι, οι οποίοι χρησιμοποίησαν το κυκλάκι για να αναπαραστήσουν το μηδέν, και μέσω αυτών διαδόθηκε στη μεσαιωνική Ευρώπη.

### Αραβική γραφή

1	١		A
2	٢	ز	B
3	٣		3
4	٤	د	Δ
5	٥		E
6	٦		ς
7	٧		Z
8	٨	٨	θ
9	٩	٩٠	θ
0	٠		0

Αραβική-ελληνική-ρωμαϊκή γραφή								
Αραβική	ελληνική	ρωμαϊκή	Αραβική	ελληνική	ρωμαϊκή	Αραβική	ελληνική	ρωμαϊκή
0	-	-	11	ια	XI	101	ρα	CI
1	α	i.	12	ιβ	XII	102	ρβ	CII
2	β	ii.	20	κ	XX	200	σ	CC
3	γ	iii.	30	λ	XXX	300	τ	CCC
4	δ	iv.	40	μ	XL	400	υ	CD
5	ε	v.	50	ν	L	500	φ	D
6	στ	vi.	60	ξ	LX	600	χ	DC
7	ζ	vii.	70	ο	LXX	700	ψ	DCC
8	η	viii.	80	π	LXXX	800	ω	DCCC
9	θ	ix.	90	Ϟ'	XC	900	ϙ'	CM
10	ι	x.	100	ρ	C	1000	,α	M

#### Σαν επίλογος :

Η χρήση του μηδενός και της αραβικής γραφής συνετέλεσε τα μέγιστα στην απλοποίηση και κατανόηση του μηχανισμού των τεσσάρων γνωστών πράξεων . Στη συνέχεια , ο άνθρωπος ανακάλυψε ,δημιούργησε και χρησιμοποίησε κι άλλα σύνολα αριθμών : τα κλάσματα (ρητοί), τους αρνητικούς, τους ακεραίους ,τους άρρητους, τους πραγματικούς , τους φανταστικούς και τέλος τους μιγαδικούς αριθμούς.

Συμμετείχαν με τις εργασίες τους οι μαθητές :

Ευαγγελοπούλου Δήμητρα , Ζάχος Αχιλλέας , Ζήκος Σπύρος , Ζήσης Νικόλαος ,  
Ζησόπουλος Βασίλειος , Ζησοπούλου Δήμητρα , Ζωγράφος Χρήστος , Ζώτου  
Κατερίνα , Κακούσιος Δημήτριος , Καλαντζή Ελένη , Καλμποκίνη Μαρία ,  
Καντζούρα Ελένη, Καραγεώργου Στεφανία , Κατσαμόρας Στέφανος , Καφφέ  
Μαρκέλλα , Κεραμά Μαρία , Κοντογιάννη Μαριάννα , Λαγάρα Αθανασία ,  
Λιάσκου Ευαγγελία , Λίτου Ελευθερία , Μιχάλης Απόστολος .